Absis: Mathematics Education Journal
Vol. 4., No. 2, November 2022, pp. 69-76
ISSN 2686-0104 (print), 2686-0090 (online)
http://journal.univetbantara.ac.id/index.php/absis/index

Pembelajaran Teorema Limit Pusat Melalui Simulasi

Joko Sungkono [a,1*], Andhika Ayu Wulandari [b,2]

[a] Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Widya Dharma, Klaten, Indonesia
[b] Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Veteran Bangun Nusantara, Sukoharjo, Indonesia
[1] j.sungkono.js@gmail.com*; [2] dhikamath.univet@gmail.com
* Corresponding Author

Diterima 09 Juni 2022; Disetujui 24 Juni 2022; Diterbitkan 30 Juni 2022

ABSTRACT

The central limit theorem has been discussed mathematically through various versions of the proof. The discussion of the central limit theorem in case application has also been carried out with many different cases. However, students need to be given an overview of the truth of the central limit theorem through a general application. This study aims to provide an overview of learning the central limit theorem through simulation. In learning the central limit theorem through simulation with R software, students can vary parameters such as variations in population distribution, sample size used, and the number of replications in the simulation. The accuracy of the central limit theorem through simulation is determined by looking at the trend of the sampling distribution in the form of a histogram. For samples from populations that have a distribution that is closer to symmetrical, then for a sample size that is not too large, the distribution of the sample mean is closer to the normal distribution. However, for samples from a non-symmetrical distribution population, a larger sample size is required to approach the normal distribution. Learning through this simulation can support students' understanding of the theoretical central limit theorem

KEYWORDS

Central Limit Theorem
R *Software*
Sampling distribution
Simulation

1. Pendahuluan

Ilmu statistik merupakan salah satu ilmu yang memiliki peranan penting dalam perkembangan berbagai ilmu pengetahuan. Ilmu statistik sangat dibutuhkan dalam penyelesaian masalah kehidupan sehari-hari. Ilmu statistik sangat mendukung berbagai penelitian di segala bidang dalam hal analisis data hasil penelitian. Banyak penelitian-penelitian yang menghasilkan data dan harus dianalisis untuk mendukung kesimpulan yang akan ditarik. Teorema limit pusat merupakan salah satu bagian dari ilmu statistik yang sangat popular yang membantu dalam melakukan analisis data statistik. Teorema limit pusat telah ada lebih dari 280 tahun dan telah banyak peneliti dalam bidang matematika yang telah memiliki pembuktian pada kasus yang berbeda dengan versi yang berbeda pula, (Mwiti, Wanyonyi, and Marangu 2019). Ketika sampel random yang diambil dari suatu populasi tidak diketahui distribusinya, maka teorema limit pusat dapat memberikan pendekatan distribusi sampelnya. Hal ini menunjukkan bahwa teorema limit pusat sangat berperan dalam mengidentifikasi distribusi sampel random ketika distribusi secara eksak sulit untuk ditentukan. Untuk itu, pembelajaran tentang teorema limit pusat sangat penting untuk mahasiswa pada program studi eksak seperti matematika, pendidikan matematika, serta program studi statistika.

Pada kenyataannya pembelajaran tentang teorema limit pusat terkadang memiliki kendala misalnya pembuktian yang sangat matematis. Pembuktian teorema limit pusat secara matematis membutuhkan banyak konsep matematika seperti fungsi pembangkit momen, formula Taylor, serta konsep-konsep dalam kalkulus diferensial dan integral, (Kwak and Kim 2017). Hal ini yang menjadikan pembelajaran teorema limit pusat dirasa sulit. Untuk membantu mempermudah pemahaman dalam pembelajaran teorema limit pusat, perlu terobosan yang dapat memberi wawasan dan gambaran yang lebih luas yang bukan hanya sekedar teori. Simulasi merupakan salah satu solusi alternatif yang dapat memberikan gambaran lebih luas dari teorema limit pusat. Melalui simulasi, mahasiswa dapat memperoleh gambaran yang lebih nyata penerapan teorema limit pusat sekaligus

ISSN 2686-0104 (print), 2686-0090 (online)
Vol. 4., No. 2, November 2022, pp. 69-76

memperkuat pembuktian secara matematis. Parameter dalam simulasi dapat diubah-ubah untuk memberikan variasi studi kasus yang lebih komplek. Hasil simulasi dapat dianalisis untuk membuat kesimpulan yang berkaitan dengan teorema limit pusat.

Software R merupakan *Open Source Software* (OSS) yang dikembangkan dari bahasa pemrograman S, (Sarvina 2017; Sihombing, Rachmatin, and Dahlan 2019). Pada awalnya *software* R memiliki *packages* bawaan yang menekankan pada penyelesaian metode statistik, namun seiring perkembangan banyak *packages* tambahan yang dirancang oleh para peneliti untuk meningkatkan kapabilitas dari R, (Hartanto 2016). Banyaknya *packages-packages* tambahan *software* R meningkatkan kemampuan *software* R termasuk dalam hal simulasi. *Software* R dapat digunakan untuk simulasi pembelajaran distribusi peluang variabel random, (Wulandari, Exacta, and Sungkono 2021). *Software* R juga dapat digunakan untuk simulasi pembelajaran materi teori probabilitas, (Sungkono and Nugrahaningsih 2020).

2. Metode

Pada penulisan artikel ini, metode penelitian yang digunakan adalah dalam bentuk studi literasi dan simulasi. Pembelajaran tentang teorema limit pusat secara matematis telah banyak dibahas pada berbagai kesempatan dalam bentuk buku pendamping perkuliahan maupun artikel ilmiah. Pembuktian teorema limit pusat secara matematis cukup rumit, sementara pembuktian secara empirik berdasarkan data di lapangan juga memiliki keterbatasan. Studi simulasi menjadi salah satu alternatif untuk memberikan dukungan pemahaman dalam pembelajaran teorema limit pusat secara matematis. Fokus pembelajaran pada penelitian ini adalah bagaimana mahasiswa sebagai subjek penelitian dapat melakukan simulasi teorema limit pusat dengan kondisi parameter yang bervariasi. Melalui simulasi, mahasiswa akan memiliki gambaran yang lebih kongkrit dari teorema limit pusat yang dipelajari. Beberapa fase yang harus dilalui dalam penelitian ini antara lain fase investigasi, desain program, dan fase simulasi.

Fase investigasi diawali dengan menggali hal-hal yang berkaitan dengan pembelajaran teorema limit pusat serta teori statistik yang mendukung. Pada fase investigasi ini juga mencoba melakukan identifikasi *packages-packages* yang akan dibutuhkan dalam merancang algoritma simulasi yang dikehendaki. Untuk merancang program simulasi teorema limit pusat dengan *software* R memerlukan sintak-sintak yang terdapat pada *packages TeachingDemos*, (Kerns 2011). Untuk keperluan simulasi teorema limit pusat melalui pembangkitan suatu matrik variabel random dari distribusi normal maupun tidak normal juga dapat dilakukan menggunakan *command* **sdist**, (Taylor 2018). Pada fase desain, peneliti merancang algoritma yang akan dikembangkan dalam simulasi teorema limit pusat. Fase ini juga mulai identifikasi sintak-sintak dari R yang akan digunakan untuk membangun fungsi simulasi. Melalui sintak dasar dapat dikembangkan untuk membuat fungsi baru sesuai kebutuhan dengan menggnakan perintah *function()*, (Venables and Smith 2021). Algoritma yang telah disusun diubah dalam bahasa pemrograman *software* R sehingga diperoleh fungsi simulasi di R. Pada fase simulasi, pembelajaran diawali dengan mahasiswa menentukan parameter simulasi yang dibutuhkan. Pada simulasi teorema limit pusat ini paramater yang perlu dipersiapkan antara lain ukuran sampel yang diambil, distribusi populasi yang akan digunakan serta banyaknya ulangan/replikasi yang dilakukan. Simulasi dilakukan pada kondisi parameter yang telah ditentukan. Untuk memberi gambaran yang lebih luas tentang pembelajaran teorema limit pusat, mahasiswa melakukan simulasi pada nilai paramater yang bervariasi. Hal ini dimaksudkan untuk memberi pemahaman yang lebih baik kepada mahasiswa dalam pembelajaran teorema limit pusat. Berdasarkan hasil simulasi dengan parameter yang bervariasi dapat dilakukan penarikan kesimpulan yang mendukung pembelajaran teorema limit pusat secara matematis.

3. Hasil dan Pembahasan

Tulisan ini membahas pembelajaran materi teorema limit pusat yang berlaku pada distribusi sembarang. Pembelajaran teorema limit pusat melalui simulasi memberikan gambaran tentang keakuratan teorema limit pusat itu sendiri. Pada penelitian ini simulasi dilakukan pada distribusi normal, gamma, uniform, dan beta. Simulasi dilakukan menggunakan bantuan *software* R.

Pada pembelajaran, Budiharto and Rachmawati (2013) menyatakan bahwa mahasiswa perlu mempelajari sintak-sintak dasar pada *software* R lebih awal untuk keperluan simulasi sebelum mengaplikasikan pada teori statistik yang lebih mendalam. Mahasiswa yang akan mempelajari materi teorema limit pusat secara simulasi harus telah mengenal *software* R yang digunakan. Artinya pada tahapan dasar, mahasiswa sudah mengenal sintak-sintak *software* R. Hal ini akan mempermudah mahasiswa dalam mengembangkan algritma simulasi yang dilakukan.

3.1 Teorema Limit Pusat

Teorema limit pusat merupakan teorema yang sangat penting dalam statistik yang menerangkan bahwa sampel yang berasal dari distribusi normal maupun tidak normal, maka distribusi sampling dari rata-rata sampel akan mendekati distribusi normal seiring kenaikan ukuran sampel, (Hays 1994). Menurut Islam (2018), melalui simulasi, bentuk histogram dari distribusi rata-rata sampel akan menjadi lebih normal atau mendekati normal seiring dengan adanya kenaikan ukuran sampel.

Sebelum menyajikan teorema limit pusat, akan disampaikan terlebih dahulu tentang distribusi dari rata-rata sampel. Misalkan terdapat n sampel random X_1, X_2, …, X_n diambil dari distribusi populasi dengan rataan μ dan variansi σ^2, maka rata-rata sampel berukuran n tersebut dituliskan dengan rumus (1).

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{n} \tag{1}$$

Rata-rata sampel tersebut akan memiliki distribusi tertentu dengan rata-rata $\mu_{\overline{X}}$ yang didefinisikan pada rumus (2)

$$\mu_{\overline{X}} = E\left(\overline{X}\right) = \mu \tag{2}$$

Sedangkan variansi dari rata-rata sampel dituliskan dengan notasi $\sigma^2_{\overline{X}}$ yang didefinisikan dengan rumus (3)

$$\sigma^2_{\overline{X}} = Var\left(\overline{X}\right) = \frac{\sigma^2}{n} \tag{3}$$

Dari uraian tersebut dapat dikatakan bahwa pada sampel random berukuran n, yaitu X_1, X_2, …, X_n yanhg diambil dari distribusi populasi dengan rataan μ dan variansi σ^2, maka $\overline{X}$ akan memiliki distribusi dengan mean μ dan variansi $\frac{\sigma^2}{n}$, (Bain, L.J., and Engelhardt 1992). Jika ukuran sampel yang diambil dari populasi semakin meningkat, maka akan menurunkan variansi dari rata-rata sampel, (Kwak and Kim 2017). Untuk ukuran sampel $n \to \infty$, pendekatan distribusi dari rata-rata sampel $\overline{X}$ dapat dijelaskan dengan menggunakan teorema limit pusat. Teorema limit pusat dituliskan sebagai berikut.

Teorema Limit Pusat : Diberikan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sampel random berukuran n dari suatu distribusi populasi dengan rata-rata μ dan standar deviasi berhingga, $\sigma < \infty$. Maka distribusi sampling dari

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{4}$$

mendekati distribusi normal standar N(0,1), untuk $n \to \infty$.

Dengan menggunakan teorema limit pusat, untuk $n \to \infty$, maka $\overline{X}$ akan mendekati distribusi normal dengan mean μ dan variansi $\frac{\sigma^2}{n}$. Teorema limit pusat meyakinkan kita bahwa rata-rata sampel secara asimtotik mendekati distribusi normal ketika ukuran sampel naik menuju tak terhingga dan varians populasi berhingga, (Dekking et al. 2006; Kwak and Kim 2017).

ISSN 2686-0104 (print), 2686-0090 (online)
Vol. 4., No. 2, November 2022, pp. 69-76

3.2 Simulasi

Pada tulisan ini, proses simulasi menjadi poin penting dimana pada penelitian-penelitian sebelumnya pembelajaran teorema limit pusat secara teori telah banyak dibahas, namun gambaran secara aplikasi masih dirasa perlu variasi dan pengembangan. Untuk melihat keakuratan teorema limit pusat serta mempermudah pembelajarannya, maka dilakukan simulasi menggunakan *software* R. Untuk keperluan simulasi perlu ditentukan kondisi awal dan batasan-batasannya. Pada teorema limit pusat mensyaratkan sampel berasal dari populasi sembarang dengan rata-rata tertentu dan variansi berhingga. Pada artikel ini simulasi dilakukan pada kondisi data sampel berasal dari empat distribusi yang berbeda. Distribusi yang digunakan dalam simulasi ini antara lain distribusi normal, gamma, uniform, dan beta. Adapun parameter distribusi yang ditentukan oleh penulis diberikan pada Tabel 1 berikut.

Table 1. Parameter distribusi populasi

Distribusi	Parameter
Normal	mean = 0, sd = 1
Gamma	shape = 2 , rate = 0,333
Uniform	min = 0, max = 1
Beta	shape 1 = 0,35, shape 2 = 0,25

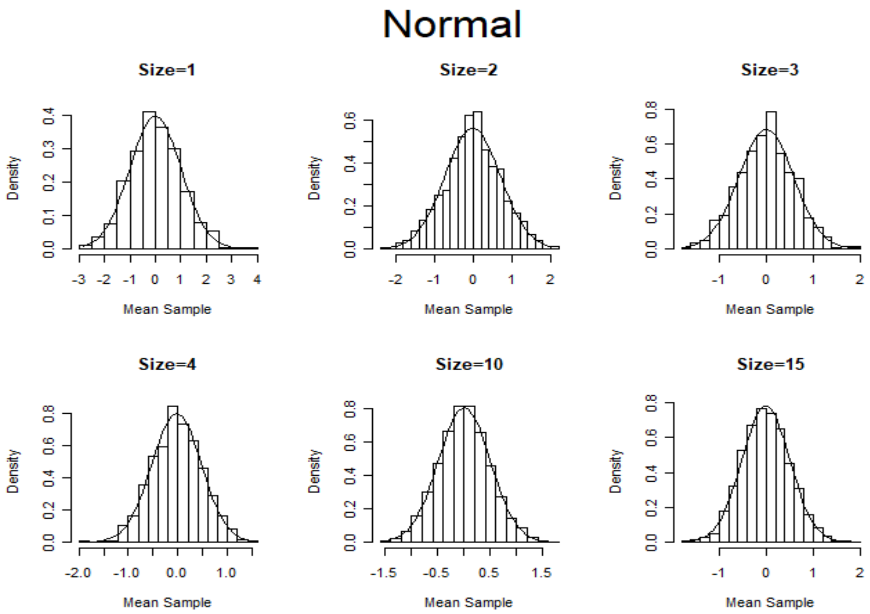
Teorema limit pusat mensyaratkan ukuran sampel yang besar, artinya teorema berlaku jika ukuran sampel yang diambil dari populasi dengan sembarang distribusi tersebut cukup besar. Menurut Arsham (2020), untuk teorema limit pusat, ukuran sampel dikatakan besar jika lebih besar atau sama dengan 30. Untuk mempermudah pemahaman teorema limit pusat melalui simulasi, pada artikel ini simulasi dilakukan pada ukuran sampel bervariasi. Ukuran sampel yang digunakan pada simulasi ini adalah 1, 2, 3, 4, 10, dan 15. Untuk keperluan simulasi, pengambilan sampel dilakukan sebanyak 1000 kali ulangan (1000 replikasi).

Pembelajaran teorema limit pusat melalui simulasi ini dilakukan dengan bantuan *software* R. Simulasi dilakukan dengan mengembangkan fungsi-fungsi dasar yang sudah ada pada R sehingga diperoleh fungsi baru yang sesuai untuk keperluan simulasi yang dikehendaki. Pendekatan distribusi dari rata-rata sampel disimpulkan berdasarkan bentuk histogram rata-rata sampel. Fungsi dasar yang digunakan dalam membuat fungsi simulasi teorema limit pusat untuk dsistribusi gamma diberikan sebagai berikut.

```
gamma.param$n <- n * reps
exp.mat <- matrix(do.call("rgamma", gamma.param), ncol = n)
exp.mean <- rowMeans(exp.mat)
x <- seq(min(exp.mean), max(exp.mean), length = 50)
expmax <- max(dnorm(x, mean(exp.mean), sd(exp.mean)))
tmp.hist <- hist(exp.mean, plot = FALSE, nclass = nclass)
expmax <- max(tmp.hist$density, expmax) * 1.05
hist(exp.mean, main = "Sample size=2", xlab = "Mean Sample", col
= 0,
        freq = FALSE, ylim = c(0, expmax), nclass = nclass)
lines(x, dnorm(x, mean(exp.mean), sd(exp.mean)))
```

Bagian fungsi di atas ini digunakan untuk keperluan simulasi teorema limit pusat dimana data sampel berasal dari populasi berdistribusi gamma. Sintak ini dapat dikembangkan untuk sampel yang berasal dari populasi dengan distribusi yang lain misalnya dari distribusi normal, uniform, dan distribusi beta.

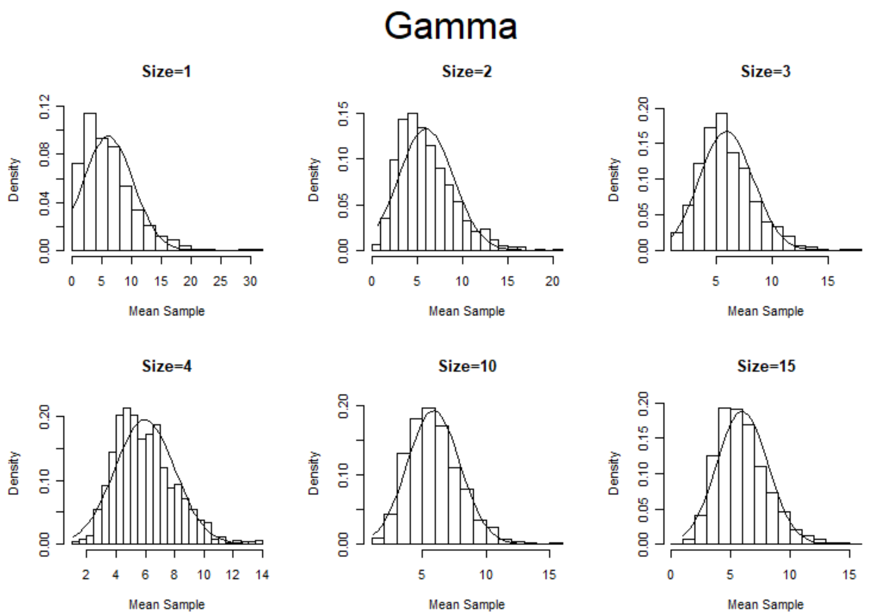
Untuk memperjelas pembelajaran teorema limit pusat, akan dilakukan simulasi untuk setiap distribusi dengan ukuran sampel yang bervariasi dari ukuran sampel kecil menuju yang lebih besar. Proses simulasi sampai mendekati distribusi normal dapat dilihat dari perbandingan histogram rata-rata sampel pada perubahan ukuran sampel. Simulasi teorema limit pusat untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal dilakukan dengan sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal standar. Simulasi teorema limit pusat dengan sampel yang berasal dari distribusi normal dengan replikasi 1000 dan ukuran sampel bervariasi diberikan pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Simulasi Teorema Limit Pusat untuk Sampel dari Populasi Berdistribusi Normal

Berdasarkan gambar 1, simulasi teorema limit pusat untuk data sampel yang berasal dari distribusi normal, maka histogram rata-rata sampel terlihat memiliki kecenderungan mendekati distribusi normal mulai ukuran sampel n=1. Untuk ukuran sampel yang lebih besar, distribusi dari rata-rata sampel semakin mendekati normal. Secara teori, khusus untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal maka dapat dibuktikan secara eksak bahwa rata-rata sampel juga akan berdistribusi normal. Hal ini berlaku untuk ukuran sampel berapapun dari distribusi normal. Namun hal ini tidak berlaku untuk distribusi yang lain.

Simulasi teorema limit pusat untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi gamma dilakukan dengan sampel yang berasal dari populasi berdistribusi gamma dengan parameter bentuk shape=2 dan rate=0,333. Simulasi teorema limit pusat dengan sampel yang berasal dari distribusi gamma dengan replikasi 1000 dan ukuran sampel bervariasi diberikan pada Gambar 2 berikut.

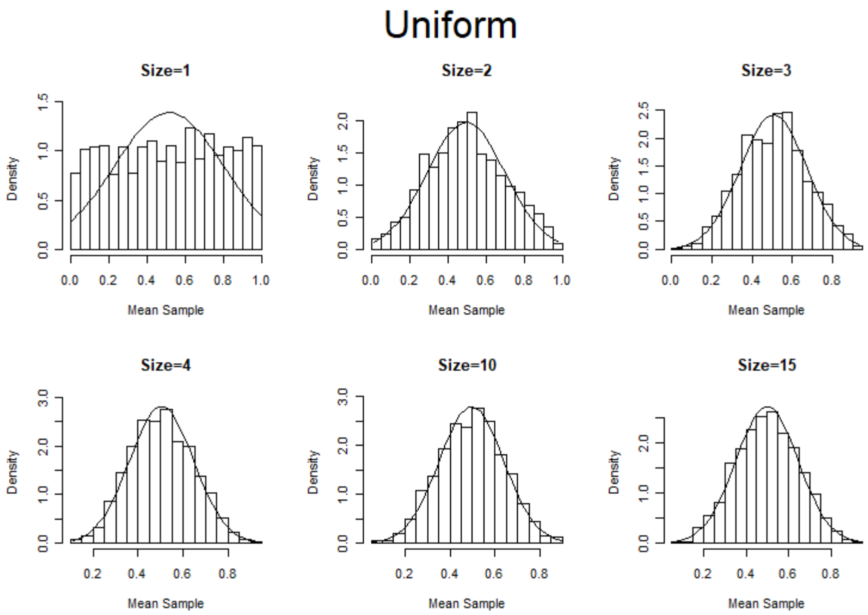


Gambar 2. Simulasi Teorema Limit Pusat untuk Sampel dari Populasi Berdistribusi Gamma

Absis: Mathematics Education Journal
Vol. 4., No. 2, November 2022, pp. 69-76

Hasil simulasi teorema limit pusat dengan sampel berdistribusi gamma pada Gambar 2 menunjukkan bahwa untuk ukuran sampel sampai n=4, histogram rata-rata sampel belum terlihat mendekati distribusi normal. Namun untuk ukuran sampel n=10 dan n=15 sudah memiliki histogran dengan bentuk yang lebih mendekati bentuk distribusi normal. Seiring dengan ukuran sampel yang dinaikkan, histogram rata-rata sampel mengalami perubahan memiliki kecenderungan mendekati distribusi normal. Hal ini sesuai dengan teori tentang teorema limit pusat.

Simulasi teorema limit pusat untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi uniform dilakukan dengan sampel yang berasal dari populasi berdistribusi uniform dengan parameter min=0 dan max=1. Simulasi teorema limit pusat dengan sampel yang berasal dari distribusi uniform dengan replikasi 1000 dan ukuran sampel bervariasi diberikan pada Gambar 3 berikut.



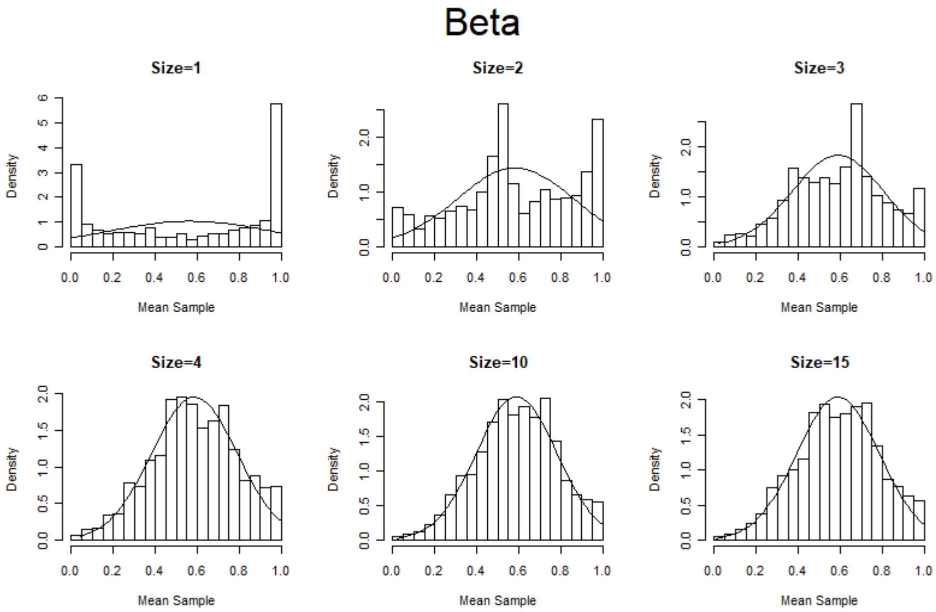
Gambar 3. Simulasi Teorema Limit Pusat untuk Sampel dari Populasi Berdistribusi Uniform

Berdasarkan Gambar 3 terlihat bahwa untuk n=4, histogram dari rata-rata sampel sudah mendekati distribusi normal. Pada ukuran sampel n=10 dan n=15, histogram dari rata-rata sampel memiliki bentuk distribusi yang lebih mendekati distribusi normal. Untuk ukuran sampel yang lebih besar, distribusi rata-rata sampel akan lebih mendekati distribusi normal (mencapai konvergen). Bentuk distribusi uniform memiliki kecenderungan mendekati simetris, sehingga simulasi teorema limit pusat pada distribusi uniform tidak memerlukan ukuran sampel yang lebih besar untuk mencapai distribusi normal. Artinya untuk ukuran sampel yang tidak terlalu besar, distribusi dari rata-rata sampel sudah konvergen menuju distribusi normal.

Simulasi teorema limit pusat untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi beta dilakukan dengan sampel yang berasal dari populasi berdistribusi beta dengan parameter shape1=0,35 dan shape2=0,25. Simulasi teorema limit pusat dengan sampel yang berasal dari distribusi beta dengan replikasi 1000 dan ukuran sampel bervariasi diberikan pada Gambar 4.

Pada Gambar 4, hasil simulasi teorema limit pusat untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi Beta terlihat bahwa pada ukuran sampel n=4 sudah mulai menunjukkan kecenderungan berdistribusi normal. Semakin besar ukuran sampel, distribusi rata-rata sampel semakin mendekati distribusi normal.

Berdasarkan hasil simulasi pada sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal dan uniform, rata-rata sampel lebih cepat mendekati distribusi normal dari pada sampel dari distribusi gamma dan beta. Hal ini dikarenakan untuk sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal, maka secara eksak rata-rata sampel akan berdistribusi normal. Untuk distribusi uniform, bentuk distribusi sampel dari distribusi uniform lebih mendekati distribusi simetri, sehingga rata-rata sample lebih cepat mendekati distribusi normal untuk ukuran sampel yang relatif kecil. Sedangkan berdasarkan hasil simulasi pada sampel yang berasal dari populasi berdistribusi gamma dan beta, rata-rata sampel lebih lambat mendekati distribusi normal. Untuk distribusi gamma, bentuk distribusi sampel dari distribusi gamma tidak simetri, sehingga rata-rata sample lebih lambat mendekati distribusi normal untuk ukuran sampel yang relatif kecil. Perubahan distribusi rata-rata sampel mendekati distribusi normal mulai terlihat seiring peningkatan ukuran sampel yang digunakan.



Gambar 4. Simulasi Teorema Limit Pusat untuk Sampel dari Populasi Berdistribusi Beta

Simulasi yang dilakukan pada empat distribusi yang dipilih yaitu distribusi normal, gamma, uniform, dan beta sesuai dengan teorema limit pusat. Pada simulasi, peningkatan ukuran sampel pada semua distribusi memberikan bentuk distribusi sampling dari rata-rata sampel semakin mendekati distribusi normal. Hal ini akan semakin meyakinkan bahwa sampel yang berasal dari populasi berdistribusi normal maupun tak normal dengan variansi berhingga, maka rata-rata sampel akan mendekati distribusi normal.

Pembelajaran materi teorema limit pusat menggunakan simulasi ini diharapkan akan meningkatkan antusias pembelajaran yang tinggi karena pembuktian teorema limit pusat selain secara eksak (matematis), mahasiswa langsung dapat mempraktekkan kebenaran teori secara simulasi. Mahasiswa diberi kesempatan untuk bereksplorasi melakukan simulasi dengan parameter yang bervariasi menggunakan *software* R. Simulasi ini dapat memberikan gambaran yang lebih nyata tentang teorema limit pusat. Hal ini sejalan dengan pernyataan Rahayu and Rohimah (2015) yang menyatakan bahwa pembelajaran dengan model simulasi sangat cocok untuk membekali mahasiswa pengalaman dalam proses pembelajaran dimana mahasiswa dapat mempraktekkan sendiri bagaimana proses pembelajaran berlangsung.

4. Simpulan

Simulasi teorema limit pusat menggunakan *software* R dapat dilakukan dengan melakukan variasi parameter simulasi seperti jenis distribusi populasi, ukuran sampel, banyaknya ulangan/replikasi yang dilakukan. Sampel yang berasal dari populasi dengan bentuk distribusi memiliki kecenderungan mendekati bentuk simetris akan memerlukan ukuran sampel yang lebih kecil untuk memenuhi teorema limit pusat. Artinya pada ukuran sampel yang tidak terlalu besar, rata-rata sampel sudah mendekati distribusi normal. Sedangkan untuk sampel yang berasal dari populasi dengan bentuk distribusi yang lebih jauh dari distribusi simetris akan memerlukan ukuran sampel yang lebih besar.

Pada pembelajaran teorema limit pusat dengan simulasi menggunakan *software* R mendorong mahasiswa lebih antusias sehingga kelas menjadi lebih aktif. Kreatifitas mahasiswa menjadi lebih berkembang karena makasiswa harus bereksplorasi melakukan simulasi dengan parameter yang bervariasi. Adanya pembuktian teorema limit pusat secara eksak dan dilengkapi dengan simulasi pada sample dari berbagai bentuk distribusi membuat mahasiswa lebih paham dan mempunyai gambaran yang lebih jelas terkait teorema limit pusat.

ISSN 2686-0104 (print), 2686-0090 (online)
Vol. 4., No. 2, November 2022, pp. 69-76

Referensi

Arsham, Hossein. 2020. "System Simulation: The Shortest Route to Applications." 2020. http://home.ubalt.edu/ntsbarsh/simulation/sim.htm.

Bain, L.J., and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. 2nd ed. California: Duxbury Press.

Budiharto, Widodo, and Ro'fah Nur Rachmawati. 2013. *Pengantar Praktis Pemrograman R Untuk Ilmu Komputer*. Jakarta: Halaman Moeka. http://socs.binus.ac.id/files/2016/06/Pengantar-Praktis-Pemrograman-R-untuk-Ilmu-Komputer.pdf.

Dekking, F.M., C. Kraaikamp, H.P. Lopuhaa, and L.E. Meester. 2006. *A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding Why and How*. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 101. Netherlands. https://doi.org/10.1198/jasa.2006.s72.

Hartanto. 2016. *Pengenalan Analisis Statistik Dengan Software R*. Yogyakarta: Magnum Pustaka Jaya.

Hays, William L. 1994. *Statistics*. 5th ed. New York: Holt, Rinehart and Winston. https://www.amazon.com/Statistics-William-Hays/dp/0030744679.

Islam, Mohammad Rafiqul. 2018. "Sample Size and Its Role in Central Limit Theorem (CLT)." *International Journal of Physics and Mathematics* 1 (1): 37–46. https://doi.org/10.31295/pm.v1n1.42.

Kerns, G J. 2011. *Introduction to Probability and Statistics Using R*. 1st ed.

Kwak, Sang Gyu, and Jong Hae Kim. 2017. "Cornerstone of Modern Statistics." *Korean Journal of Anesthesiology* 70 (2): 144–56.

Mwiti, Mbuba Morris, Samson W. Wanyonyi, and Davis Mwenda Marangu. 2019. "Central Limit Theorem and Its Applications in Determining Shoe Sizes of University Students." *Asian Journal of Probability and Statistics* 3 (1): 1–9. https://doi.org/10.9734/ajpas/2019/v3i130082.

Rahayu, Widyanti, and Siti Rohmah Rohimah. 2015. "Meningkatkan Keterampilan Menggunakan Software R Sebagai Solusi Untuk Meningkatkan Inovasi Pembelajaran Bagi Guru-Guru Matematika Sma Dan Smk Di Jakarta Timur." *Sarwahita* 12 (2): 134–40. https://doi.org/10.21009/sarwahita.122.10.

Sarvina, Yeli. 2017. "PEMANFAATAN SOFTWARE OPEN SOURCE ' R ' UNTUK PENELITIAN AGROKLIMAT ' R ' OPEN SOURCE SOFTWARE FOR AGROCLIMATE RESEARCH." *Informatika Pertanian* 26 (1): 23–30.

Sihombing, Rika Elizabet, Dewi Rachmatin, and Jarnawi Afgani Dahlan. 2019. "Program Aplikasi Bahasa R Untuk Pengelompokan Objek Menggunakan Metode K-Medoids Clustering." *Jurnal EurekaMatika* 7 (1): 58–79.

Sungkono, Joko, and Kriswianti Nugrahaningsih. 2020. "Pembelajaran Teori Probabilitas Menggunakan R." *Absis: Mathematics Education Journal* 2 (1): 1. https://doi.org/10.32585/absis.v2i1.858.

Taylor, Marshall A. 2018. "Simulating the Central Limit Theorem." *Stata Journal* 18 (2): 345–56. https://doi.org/10.1177/1536867x1801800203.

Venables, W. N., and D. M. Smith. 2021. "Notes on R: A Programming Environment for Data Analysis and Graphics Version 4.1.2." In *An Introduction to R*. https://doi.org/10.4135/9781473920446.n12.

Wulandari, Andhika Ayu, Annisa Prima Exacta, and Joko Sungkono. 2021. "Efektivitas Simulasi 'R' Dalam Pembelajaran Distribusi Peluang Variabel Random." *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika* 10 (2): 692–700. https://doi.org/https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i2.3380.