

Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Integral Tentu Berdasarkan Teori APOS

Ita Handayani ^{a,1*}, Widyah Noviana ^{b,2}

^a Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Universitas Pamulang, Pamulang 15417, Indonesia

^b Fakultas Ilmu Komputer, Teknik Indonesia Universitas Pamulang, Pamulang 15417, Indonesia

¹ dosen01947@unpam.ac.id; ² dosen02314@unpam.ac.id

* Corresponding Author



Diterima 14 Oktober 2024; Disetujui 29 November 2024; Diterbitkan 03 Desember 2024

ABSTRACT

This study aims to describe the mathematical understanding ability of students regarding the concept of definite integral based on APOS Theory, and describe the achievement of each indikator of students' mathematical understanding ability regarding the concept of definite integral of algebraic functions based on APOS Theory. The research method used is descriptive qualitative. The data collection techniques used in this study were written tests and interviews. The results showed that the achievement in question number one on the K indikator 88.89%, L 83.33% and S 69.44%, most of the students who were able to solve the problem meant that they had been able to organise the actions, processes, and objects they had so that based on APOS theory, the student was at the level of understanding the scheme. Achievement in question number two on indikator K 80.55%, L 58.33% and S 50%. Most students are only able to identify properties and conditions, meaning that students only have the ability to understand at the action stage. Achievement in question number two on indikator K 86.11%, L 66.67% and S 63.88%. Most students are only able to identify properties and conditions and work on problems according to the steps.

KEYWORDS

Mathematical
Understanding Ability
Analysis
APOS Theory

This is an open-access article under the [CC-BY-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) license



1. Pendahuluan

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah wajib yang harus dipahami mahasiswa program studi Teknik informatika. Kalkulus merupakan matakuliah yang berasal dari cabang ilmu matematika (Parma and Saparwadi 2015; Takaendengan, Asriadi, and Takaendengan 2022; Khaeril Muttaqin, Yahya, and Irmayanti 2023). Kalkulus sangat bersifat aplikatif dalam berbagai bidang sains, meliputi teknik, pertanian, kedokteran dan arsitektur. Bidang ilmu kalkulus juga dapat memberikan solusi untuk menyelesaikan berbagai masalah yang tidak dapat diselesaikan dengan aljabar elementer. Materi dalam mata kuliah kalkulus meliputi: sistem koordinat, fungsi, limit, limit jumlah, dan integral. Mata kuliah Kalkulus merupakan kewajiban bagi mahasiswa program studi Teknik Informatika di Universitas Pamulang. Mahasiswa yang mengambil mata kuliah Kalkulus diharapkan dapat mengasah kemampuan berpikir logis dan sistematis. Kalkulus berfungsi sebagai mata kuliah dasar dan menjadi prasyarat untuk beberapa mata kuliah lainnya, sehingga penting bagi mahasiswa untuk menguasai Kalkulus agar dapat memahami mata kuliah lanjutan.

Meskipun Kalkulus adalah mata kuliah yang sangat penting untuk dikuasai, beberapa mahasiswa masih merasa bahwa mata kuliah ini sulit dipelajari. Hal ini terlihat dari hasil kuis yang diberikan oleh dosen yang mengampu mata kuliah Kalkulus, di mana 56% mahasiswa memperoleh nilai di bawah 50. Ini menunjukkan bahwa 56% mahasiswa masih sering melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal Kalkulus, khususnya pada materi Integral Tentu. Hal ini juga disebabkan kurangnya pemahaman konsep mahasiswa dalam mempelajari materi integral tentu. Hal ini sejalan dengan Fitria (Fitria 2022) yang menyatakan bahwa banyak mahasiswa yang masih mengalami kesulitan dalam mempelajari materi integral. Hal ini terlihat dari cara mereka menyelesaikan soal, di mana beberapa mahasiswa kesulitan menentukan metode yang tepat untuk memecahkan masalah pada soal integral. Selain itu, mahasiswa sering kali lupa dengan konsep-konsep penting seperti

aturan pangkat dan kurang teliti dalam pengerjaan, sehingga mengabaikan detail kecil yang berpengaruh terhadap hasil akhir. Kesalahan yang sering terjadi meliputi kesalahan konsep, operasi hitung, dan kesalahan tanda. Sejalan dengan penelitian (Rosmayadi 2018; Jana 2018; Imswatama and Muhassanah 2016) kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika mencakup sekitar 40% kesalahan konsep dan 60% kesalahan perhitungan. Kesalahan ini bisa disebabkan oleh berbagai faktor, salah satunya adalah rendahnya pemahaman konsep. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Kesumawati, jika mahasiswa memiliki pemahaman konsep yang baik, mereka akan mampu menentukan metode yang paling tepat untuk digunakan dalam menyelesaikan soal yang diberikan (Utari and Utami 2020). Jika mahasiswa salah dalam menerapkan konsep untuk menyelesaikan suatu masalah, maka kesalahan akan terjadi pada prosedur, algoritma, dan hasil penyelesaiannya. Oleh karena itu, pemahaman konsep merupakan kemampuan penting yang harus dikuasai oleh mahasiswa dalam mempelajari matematika. Ini juga sejalan dengan pendapat (Ismah 2016) yang menyatakan bahwa pemahaman konsep adalah dasar yang kuat dalam mempelajari matematika.

Setelah mengikuti proses pembelajaran kalkulus, setiap mahasiswa seharusnya akan mencapai pemahaman matematis. Kemampuan pemahaman matematis adalah kemampuan untuk memahami dan menginternalisasi ide-ide matematika. Komponen-komponen kemampuan pemahaman matematis mencakup: (1) Pemahaman mengenai konsep, ialah suatu kemampuan untuk memahami berbagai teori matematika secara komprehensif dan efektif; (2) Pemahaman mekanis adalah kemampuan untuk memahami dan menggunakan notasi, simbol, serta rumus matematika secara rutin atau dalam perhitungan sederhana; (3) Pemahaman logis adalah kemampuan untuk menunjukkan validitas suatu prinsip atau teorema melalui pembuktian matematis; (4) pemahaman induktif adalah kemampuan untuk menerapkan konsep atau metode pada kasus-kasus sederhana dan kemudian mengaitkannya dengan situasi yang identik; (5) Pemahaman intuitif adalah kemampuan untuk membuat perkiraan dengan keyakinan sebelum melaksanakan analisis mendalam; (6) Pemahaman instrumental adalah kemampuan untuk mengingat dan mengerti konsep atau prinsip secara individual, serta menggunakan rumus dalam perhitungan dasar, serta melakukan perhitungan dengan mengikuti algoritma; (7) Pemahaman relasional adalah kemampuan untuk menghubungkan satu konsep atau aturan dengan konsep atau aturan lain secara akurat dan memahami proses yang terlibat. Sedangkan kemampuan pemahaman matematis merujuk pada kemampuan mahasiswa untuk memahami konsep-konsep yang digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah.

Skamp (Giriansyah, Pujiastuti, and Ihsanudin 2023) mengemukakan bahwa kemampuan pemahaman matematis mahasiswa dibagi menjadi dua, yaitu pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Pemahaman instrumental adalah kemampuan yang mengarahkan mahasiswa untuk berpikir secara prosedural sehingga mahasiswa dapat menjawab suatu soal dengan benar. Pemahaman relasional adalah suatu kemampuan mahasiswa dalam menggunakan informasi yang berhubungan dengan suatu masalah atau menggunakan berbagai konsep dalam menyelesaikan masalah. Menurut Kilpatrick, aspek pemahaman dalam ranah kognitif matematika mencakup: pemahaman konseptual, kefasihan prosedural, penalaran strategis, dan penalaran adaptif (I Handayani and Noviana 2020). Skemp menjelaskan bahwa kemampuan pemahaman matematis peserta didik terbagi menjadi kemampuan pemahaman matematis instrumental dan kemampuan pemahaman matematis relasional (Giriansyah, Pujiastuti, and Ihsanudin 2023). Kemampuan pemahaman matematis instrumental berkaitan dengan kemampuan pemahaman peserta didik untuk mengerjakan soal tanpa mengetahui alasan dan prosedur yang tepat.

Pemahaman mahasiswa terhadap konsep Integral tentu dapat dianalisis melalui suatu analisis dekomposisi genetik sebagai operasionalisasi dari Teori APOS (*Action, Processes, Object, Schema*). Teori APOS, yang dikembangkan oleh Dubinsky, adalah sebuah teori konstruktivis (Fatimah, Tampani, and Pindi 2021). Teori ini berpendapat bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki seseorang terbentuk melalui interaksi dengan orang lain dan melalui proses konstruksi mental dalam memahami konsep-konsep matematika (Arnawa 2009). Teori APOS adalah sebuah model yang menjelaskan bagaimana seseorang mungkin mencapai atau mempelajari konsep atau prinsip matematika. Model ini digunakan untuk menguraikan konstruksi mental yang melibatkan aksi, proses, objek, dan skema. Teori APOS sangat berguna untuk memahami bagaimana mahasiswa

mempelajari berbagai topik matematika, termasuk aljabar abstrak seperti operasi binari, grup, subgrup, koset, grup normal, dan grup hasil bagi; matematika diskret seperti induksi matematika, permutasi, simetri, serta kuantifier eksistensial dan universal; kalkulus yang mencakup limit, aturan rantai, pemahaman grafik pada integral tentu, dan deret tak hingga; serta statistik seperti rata-rata, deviasi standar, dan teorema limit tengah. Selain itu, teori ini juga relevan untuk topik pada teori bilangan dasar dan lainnya. Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat disimpulkan bahwa Teori APOS dapat digunakan sebagai alat analisis untuk mengevaluasi pemahaman mahasiswa tentang topik integral tentu. Konsep integral tentu adalah salah satu aspek dalam kajian kalkulus.

Berdasarkan penjelasan di atas, diperlukan kajian mengenai analisis pemahaman matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal Kalkulus pada pokok bahasan Integral tentu. Peneliti tertarik untuk menganalisis mendeskripsikan pemahaman matematis mahasiswa pada pokok bahasan integral tentu berdasarkan Teori APOS.

2. Metode

Metode penelitian yang digunakan yaitu metode penelitian deskriptif kualitatif untuk menganalisis dan menjelaskan secara menyeluruh pencapaian indikator pemahaman matematis mahasiswa berdasarkan teori APOS. Senada dengan Meoleong, Pendekatan kualitatif memiliki tujuan yaitu memahami fenomena yang sedang dialami oleh partisipan penelitian, contohnya perilaku, motivasi, persepsi, secara teoritis dan deskriptif menggunakan Bahasa dan kata-kata. Pendekatan ini dilakukan dalam konteks khusus yang alami dan memanfaatkan berbagai metode ilmiah (Meoleong 2012). Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif dan jenis penelitian deskriptif untuk mengeksplorasi berbagai masalah terkait kemampuan pemahaman matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu berdasarkan teori APOS.

Penelitian ini dilakukan pada program studi Teknik informatika Universitas Pamulang. Objek penelitian sebanyak 36 mahasiswa semester dua program studi teknik informatika Universitas Pamulang. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini ialah instrument tes kemampuan pemahaman matematis mahasiswa yang terdiri dari 3 soal. Instrument tes pemahaman matematis telah di uji validitasnya oleh validator ahli dan dinyatakan bahwa 3 soal tersebut dinyatakan valid dan dapat digunakan untuk mengukur kemampuan pemahaman matematis pada materi integral tentu.

Indikator yang digunakan dalam penelitian ini yaitu: 1) mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep (K); 2) kemampuan menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah (L); 3) kemampuan menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar (S). Ketiga indikator ini dapat mewakili teori APOS (*Action, Proseses, Object, Schema*) karena pada tahap *Action* diharapkan mahasiswa mampu mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep aturan substitusi integral tentu, pada tahap *Proseses* diharapkan mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, pada tahap *Object* diharapkan mahasiswa menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar, pada tahap *Schema* diharapkan mahasiswa mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Hasil Analisis Data

Penyajian data dari penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan jawaban mahasiswa saat mengerjakan soal, hasil wawancara, dan analisis. Ringkasan mengenai hasil analisis yang telah dilaksanakan berdasarkan prosedur dapat dilihat pada tabel berikut:

Table 1. Hasil Statistik Deskriptif Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa

Statistika	Hasil
Maks	98
Min	42
Mean	68
Median	70
Modus	46
Varians	17,259
Simpangan Baku	297,872

Berdasarkan Tabel 1 hasil uji statistika menunjukkan bahwa nilai rata-rata (mean) dari 36 mahasiswa adalah 98, dengan median sebesar 70 dan modus sebesar 42. Modus, yaitu nilai yang paling sering muncul, adalah 46, yang berada di bawah nilai rata-rata sebesar 68,3. Variansnya adalah 17,259 dan simpangan bakunya adalah 297,872.

Hasil analisis nilai ketercapaian setiap butir soal pada setiap indikator kemampuan pemahaman matematis di sajikan dalam tabel sebagai berikut:

Table 2. Ketercapaian Setiap Butir Pada Setiap Indikator Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa

No	Indikator Kemampuan Pemahaman Matematis		
	K	L	S
1	88,89	83,33	69,44
2	80,55	58,33	50
3	86,11	66,67	63,88

Setelah hasil tes diperiksa dan diteliti ketercapaian setiap butir soal pada masing-masing indikator kemampuan pemahaman, hasil pemeriksaan disajikan ke dalam tabel dan disajikan dalam bentuk persentase. Berikut merupakan kategori jawaban 36 subjek penelitian yang dikategorikan dalam mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep (K), kemampuan menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah (L), kemampuan menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar (S).

Dari tabel diatas diketahui bahwa pada soal nomor 1 terdapat 88.89 % mahasiswa yang dapat mengenali atau mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengetahui persyaratan yang digunakan dalam menerapkan suatu konsep, 83.33% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 69.44% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar.

Untuk soal tes nomor 2 terdapat 80.55 % mahasiswa dapat mengenali atau mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengetahui persyaratan yang digunakan dalam menerapkan suatu konsep, 58.33% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 50% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar.

Untuk soal tes nomor 3 terdapat 86.11 % mahasiswa dapat mengenali atau mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengetahui persyaratan yang digunakan dalam menerapkan suatu konsep, 66.67% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 63.88% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar.

3.2. Hasil Wawancara

Teknik pemilihan subjek yang akan diwawancara yaitu dengan menggunakan *proportionate stratified random sampling*. Teknik pengambilan dengan *proportionate stratified random sampling* yaitu 10% dari subyek penelitian (Sugiyono 2005). Berdasarkan banyaknya subyek yang diamati yaitu sebesar 36 mahasiswa, maka banyaknya mahasiswa yang akan diwawancara yaitu sebanyak 3 mahasiswa. Setelah mahasiswa mengerjakan soal tes yang diberikan, maka kegiatan selanjutnya adalah menganalisa jawaban tersebut. Untuk menentukan kemampuan pemahaman berdasarkan tahapan teori APOS yaitu dengan cara memadukan hasil kerja mahasiswa dengan hasil wawancara. Adapun uraian hasil analisisnya sebagai berikut:

3.2.1. Subjek RN

Berikut jawaban beserta wawancara yang dilakukan kepada subjek RN:

Gambar 1. Jawaban RN Soal Pemahaman Matematis No 1

P = Peneliti

P : Berdasarkan soal no 1, apa yang diperintahkan?

RN : menentukan penyelesaian integral tentu fungsi Aljabar bu

P : kamu menyelesaikannya dengan aturan apa?

RN : Aturan substitusi integral tentu fungsi Aljabar bu

P : Baik, apakah kamu tahu sifat atau syarat dari aturan substitusi integral tentu fungsi aljabar?

RN : tahu bu, sifatnya salah satu fungsi merupakan turunan dari fungsi yang lain, kemudian untuk syaratnya yang pertama dibuat pemisalan.

P : Baik, untuk apa dibuat pemisalan?

RN : Untuk mendapatkan hasil turunannya yang nanti akan diaplikasikan ke dalam penyelesaian integral tersebut

P : Baik, Setelah itu apa yang kamu lakukan?

RN : menentukan nilai batasan sesuai dengan yang dimisalkan tadi bu.

P : Baik, jawaban yang benar, lalu setelah itu apa yang kamu lakukan?

RN : mengintegrasikan dengan batasan baru dan mengaplikasikan pemisalan dan hasil turunannya bu.

Subjek RN menjawab soal dengan baik dan benar. Subjek RN memenuhi semua kriteria indikator pemahaman matematis, baik indikator pemahaman konsep, indikator menggunakan langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah serta menggunakan strategi dengan tepat. Pada teori APOS kemampuan pemahaman subjek RN sampai pada tahap skema.

3.2.2. Subjek HW

Berikut jawaban beserta wawancara yang dilakukan kepada subjek HW:

The image shows a handwritten mathematical solution for an integral problem. At the top, the integral is written as $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{5+e^{2x}} dx$. Below this, the student has written $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{5+e^{2x}} dx = \int_0^1 (5+e^{2x})^{-1} \cdot e^{2x} dx$. They then set $u = 5+e^{2x}$ and $du = 2e^{2x} dx$. The integral is then transformed to $\int_0^1 (5+e^{2x})^{-1} e^{2x} dx = \int_0^1 u^{-1} \frac{du}{2}$. The student then integrates to get $= \ln u + C$, which is $= \ln(5+e^{2x}) + C$. Finally, they evaluate the definite integral: $= \ln(5+e^{2(1)}) - \ln(5+e^{2(0)}) = \ln(5+e^2) - \ln(5+e^0) = \ln(5+e^2) - \ln(5+1) = \ln(5+e^2) - \ln(6)$.

Gambar 2. Jawaban HW Soal Pemahaman Matematis No 2

P = Peneliti

P : Berdasarkan soal no 2, apa yang diperintahkan?

HW : menentukan penyelesaian integral tentu fungsi eksponensial bu

P : kamu menyelesaikannya dengan aturan apa?

HW : Aturan substitusi integral tentu fungsi eksponensial bu

P : Baik, apakah kamu tahu sifat atau syarat dari aturan substitusi integral tentu fungsi aljabar?

HW : saya tidak tahu sifatnya bu, tapi untuk syaratnya saya tahu bu

P : Baik, lantas apa syaratnya?

HW : Dibuat pemisalan bu

P : Baik, untuk apa dibuat pemisalan?

HW : Untuk mendapatkan hasil turunannya yang akan digunakan ke dalam penyelesaian integral

P : Apakah pemisalan yang kamu buat sudah benar?

HW : Sudah bu, hanya saja saya kurang teliti waktu menurunkan eksponensialnya, saya kurang paham aturannya seperti apa?

Subjek HW menjawab soal dengan baik, akan tetapi jawabannya masih kurang tepat. Subjek HW memenuhi pada kriteria indikator pemahaman konsep matematis, akan tetapi HW masih kurang teliti pada tahap menggunakan langkah-langkah dalam menyelesaikan masalah. HW juga mengakui bahwa dirinya kurang teliti saat menurunkan eksponensial. Pada teori APOS kemampuan pemahaman subjek HW sampai pada tahap aksi.

3.2.3. Subjek TH

Berikut jawaban beserta wawancara yang dilakukan kepada subjek TH:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 3x \cdot \cos 3x \, dx$$
 Misal: $u = \sin 3x$
 $v = 3x \rightarrow u = \sin v$
 maka:
 $\frac{dv}{dx} = 3$
 $\frac{du}{dv} = \cos v$
 Dengan aturan rantai:
 $\frac{du}{dx} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{du}{dv}$
 $= 3 \cdot \cos v$
 $= 3 \cdot \cos 3x$
 $du = 3 \cos 3x \, dx$
 $\frac{1}{3} du = \cos 3x \, dx$
 Untuk $x = 0 \rightarrow u = \sin 3x = \sin 0 = 0$
 Untuk $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow u = \sin 3 \cdot \frac{\pi}{2} = 1$
 Sehingga

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 3x \cdot \cos 3x \, dx = \int_0^1 u^2 \left(\frac{1}{3} du \right)$$

$$= \frac{1}{3} \int_0^1 u^2 \, du$$

$$= \frac{1}{3} \left[\frac{u^{2+1}}{2+1} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} \left[\frac{u^3}{3} \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - 0 \right)$$

$$= \frac{1}{9}$$

Gambar 3. Jawaban TH Soal Pemahaman Matematis No 3

P = Peneliti

P : Berdasarkan soal no 3, apa yang diperintahkan?

TH : menentukan penyelesaian integral tentu fungsi trigonometri bu

P : kamu menyelesaikannya dengan aturan apa?

TH : Aturan substitusi integral tentu fungsi trigonometri bu

P : Baik, apakah kamu tahu sifat atau syarat dari aturan substitusi integral tentu fungsi trigonometri?

TH : tahu bu, sifatnya salah satu fungsi merupakan turunan dari fungsi yang lain, terus untuk syaratnya yang pertama dibuat pemisalan.

P : Baik, untuk apa dibuat pemisalan?

TH : Supaya hasil turunannya bisa membantu proses integralnya bu

P : Baik, Setelah itu apa yang kamu lakukan?

TH : menentukan nilai batasan sesuai dengan yang dimisalkan

P : Baik, Apakah kamu membuat batasannya dengan benar?

TH : masih belum benar bu, saya kira $\sin(3 \times 90)^\circ$ sama seperti $\sin 90^\circ$ saya kurang memperhatikan berada di kuadran berapa bu.

Subjek TH menjawab soal dengan baik, akan tetapi jawabannya masih kurang tepat. Subjek TH memenuhi kriteria indikator pemahaman konsep dan indikator menggunakan langkah-langkah untuk menyelesaikan masalah akan tetapi TH tidak dapat menggunakan strategi dengan tepat. Pada teori APOS kemampuan pemahaman subjek TH sampai pada tahap proses.

3.3. Pembahasan

Berdasarkan analisis data kemampuan pemahaman matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal integral tentu berdasarkan teori APOS untuk masing-masing soal diperoleh temuan sebagai berikut:

3.3.1. Butir soal pertama terdapat 88.89 % mahasiswa yang dapat mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep, 83.33% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 69.44% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar, sehingga dapat dikatakan hampir secara keseluruhan mahasiswa mampu menyelesaikan soal dengan baik. Ketercapaian ini sudah baik karena mahasiswa sudah memahami turunan fungsi aljabar, mengaplikasikan aturan dasar integral dan menghitung hasil integral tentu.

Mahasiswa mampu membuat pemisalan, menurunkan pemisalan tersebut kemudian mengaplikasikannya ke dalam penyelesaian integral. Mahasiswa tersebut telah mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya sehingga berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman skema. Kekeliruan mahasiswa pada butir soal ini bervariasi, paling banyak mahasiswa tidak teliti dalam melakukan perhitungan, sebagian kecil mahasiswa tidak dapat menurunkan fungsi serta tidak dapat mengerjakan integral dengan aturan pangkat. Ini sejalan dengan pendapat Rismawati, yang menekankan pentingnya agar siswa memahami cara pengoperasian matematika dengan benar. Dengan demikian, siswa diharapkan dapat memiliki pemahaman konsep matematika yang baik dan mampu menyelesaikan masalah matematika dengan efektif (Rismawati and Hutagaol 2018).

- 3.3.2. Butir soal kedua terdapat 80.55 % mahasiswa yang dapat mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep, 58.33% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 50% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar. Pada butir ini, mahasiswa diminta untuk menentukan integral tentu fungsi eksponensial. Dengan demikian, berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman Aksi. Mahasiswa hanya mampu membuat pemisalan dengan benar, tetapi belum mampu menjalankan proses penyelesaian dengan benar. Kekeliruan mahasiswa paling yaitu pada saat menurunkan suatu fungsi. Mereka kurang memahami aturan rantai turunan fungsi eksponensial. Mahasiswa bingung menggunakan teorema untuk menyelesaikan soal. Hal sama dikemukakan Handayani, mahasiswa yang tidak dapat memahami konsep dengan baik maka akan kesulitan dalam melaksanakan prosedur penyelesaian soal (Ita Handayani et al. 2022).
- 3.3.3. Butir soal ketiga terdapat 86.11 % mahasiswa yang dapat mengidentifikasi sifat-sifat konsep dan mengenal syarat yang digunakan dalam menggunakan suatu konsep, 66.67% mahasiswa mampu menggunakan langkah-langkah secara sistematis untuk menyelesaikan masalah, 63.88% mahasiswa mampu menyelesaikan masalah dengan strategi yang benar. Sebagian besar mahasiswa hanya mampu mengidentifikasi sifat dan syarat serta mengerjakan soal sesuai langkah-langkahnya, akan tetapi artinya mahasiswa hanya memiliki kemampuan pemahaman pada tahap objek. Kekeliruan mahasiswa paling yaitu pada mensubstitusikan batasan integralnya, mahasiswa kurang teliti menghitung besar sudut pada fungsi tersebut

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan mengenai Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Integral Tentu Berdasarkan Teori APOS, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut: 1) Ketercapaian pada soal no satu pada indikator K 88.89%, L 83.33% dan S 69.44%. Sebagian besar mahasiswa yang mampu menyelesaikan soal tersebut artinya telah mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya sehingga berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman skema. Kekeliruan mahasiswa pada butir soal ini bervariasi, paling banyak mahasiswa tidak teliti dalam melakukan perhitungan, sebagian kecil mahasiswa tidak dapat menurunkan fungsi serta tidak dapat mengerjakan integral dengan aturan pangkat; 2) Ketercapaian pada soal no dua pada indikator K 80.55%, L 58.33% dan S 50%. Sebagian besar mahasiswa hanya mampu mengidentifikasi sifat dan syarat, artinya mahasiswa hanya memiliki kemampuan pemahaman pada tahap aksi. Kekeliruan mahasiswa paling yaitu pada saat menurunkan suatu fungsi. Mereka kurang memahami aturan rantai turunan fungsi eksponensial; 3) Ketercapaian pada soal no dua pada indikator K 86.11%, L 66.67% dan S 63.88%. Sebagian besar mahasiswa hanya mampu mengidentifikasi sifat dan syarat serta mengerjakan soal sesuai langkah-langkahnya, akan tetapi artinya mahasiswa hanya memiliki kemampuan pemahaman pada tahap objek. Kekeliruan mahasiswa paling yaitu pada mensubstitusikan batasan integralnya, mahasiswa kurang teliti menghitung besar sudut pada fungsi tersebut.

References

- Arnawa, I Made. 2009. "Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa Dalam Memvalidasi Bukti Pada Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS." *Jurnal Matematika Dan Sains* 14 (2): 62–68.
- Fatimah, Fatimah, Yolinka Tampani, and Muh Izabi Alis Pindi. 2021. "PENINGKATAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA MELALUI TEORI APOS PADA SISWA KELAS VIIC MTs HUSNUL KHATIMAH." *Papatudzu : Media Pendidikan Dan Sosial Kemasyarakatan* 17 (1): 19. <https://doi.org/10.35329/fkip.v17i1.1945>.
- Fitria, Mia. 2022. "Kemampuan Pemahaman Konsep Mahasiswa Dalam Penyelesaian Soal Integral Berdasarkan Teori Apos." *Dharmas Education Journal (DE_Journal)* 1 (1): 48–54. <https://doi.org/10.56667/dejournal.v1i1.59>.
- Giriansyah, Fajri Elang, Heni Pujiastuti, and Ihsanudin Ihsanudin. 2023. "Kemampuan Pemahaman Matematis Siswa Berdasarkan Teori Skemp Ditinjau Dari Gaya Belajar." *Jurnal Cendekia : Jurnal Pendidikan Matematika* 7 (1): 751–65. <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i1.1515>.
- Handayani, I, and W Noviana. 2020. "Pengaruh Model Apos Berbasis Ict Dan Model M-Apos Terhadap Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa." *Proceedings ...* 5: 31–36. <http://openjournal.unpam.ac.id/index.php/Proceedings/article/view/5252%0Ahttp://openjournal.unpam.ac.id/index.php/Proceedings/article/download/5252/3730>.
- Handayani, Ita, Widyah Noviana, Jurnal Pendidikan Glasser, Sistem Persamaan Linear, and A Pendahuluan. 2022. "Soal Aljabar Linear Dan Matriks," 63–69.
- Imswatama, Aritsya, and Nur'aini Muhassanah. 2016. "Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Bidang Materi Garis Dan Lingkaran." *Suska Journal of Mathematics Education* 2 (1): 1. <https://doi.org/10.24014/sjme.v2i1.1368>.
- Ismah, Ismah Afifah Sarah. 2016. "Melalui Media Interaktif Mischief Dan Konvensional." *Jurnal Teknodik* 665: 144–54.
- Jana, Padrul. 2018. "Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pada Pokok Bahasan Vektor." *Jurnal Mercumatika : Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika* 2 (2): 8–14. <https://doi.org/10.26486/jm.v2i2.398>.
- Khaeril Muttaqin, Andi, Yusriman Yahya, and Irmayanti. 2023. "Pemanfaatan Aplikasi Mathway Dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Pada Mahasiswa Tadris Matematika." *Prosiding Seminar Nasional Fakultas Tarbiyah Dan Ilmu Keguruan IAIM Sinjai* 2: 63–70. <https://doi.org/10.47435/sentikjar.v2i0.1829>.
- Meoleong, Lexy. 2012. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- Parma, Parma, and Lalu Saparwadi. 2015. "Pengembangan Model Pembelajaran Kalkulus Berbantuan Komputer Melalui Program Maple Di Program Studi Pendidikan Matematika." *Jurnal Elemen* 1 (1): 37–48. <https://doi.org/10.29408/jel.v1i1.80>.
- Rismawati, Melinda, and Anita Sri Rejeki Hutagaol. 2018. "Analisis Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa PGSD STKIP Persada Khatulistiwa Sintang." *Jurnal Pendidikan Dasar PerKhasa* 4 (1): 91–105.
- Rosmaiyadi. 2018. "Analisis Kesalahan Penyelesaian Soal Aljabar Pada Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Singkawang." *Jurnal Pendidikan Matematika* 12 (1): 59–70.
- Sugiyono. 2005. *Memahami Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta.
- Takaendengan, Bertu Rianto, Asriadi Asriadi, and Wilson Takaendengan. 2022. "Analisis Kesulitan Belajar Mahasiswa Pada Mata Kuliah Kalkulus Lanjut." *Sepren* 3 (2): 67–75. <https://doi.org/10.36655/sepren.v3i2.690>.
- Utari, Rahma Siska, and Arini Utami. 2020. "Kemampuan Pemahaman Konsep Dalam

Mengidentifikasi Penyelesaian Soal Integral Tak Tentu Dan Tentu.” *JPM: Jurnal Pendidikan Matematika* 14 (1): 39–50. <https://doi.org/https://doi.org/10.22342/jpm.14.1.6820.39-50>.